



Conference: Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables -  
Mantenimiento Industrial - Mecatrónica e Informática

*Booklets*



**RENIECYT**  
Registro Nacional de Instituciones  
y Empresas Científicas y Tecnológicas

2015-20795

**CONACYT**

RENIECYT - LATINDEX - Research Gate - DULCINEA - CLASE - Sudoc - HISPANA - SHERPA UNIVERSIA - E-Revistas - Google Scholar  
DOI - REBID - Mendeley - DIALNET - ROAD - ORCID

**Title:** Control de velocidad PI a un motor de DC utilizando herramientas  
Open Sourceesados

**Author:** Ángel VERGARA BETANCOURT

**Editorial label ECORFAN:** 607-8324  
**BCIERMIMI Control Number:** 2017-02  
**BCIERMIMI Classification (2017):** 270917-0201

**Pages:** 34  
**Mail:** [a.vergara@live.itsz.edu.mx](mailto:a.vergara@live.itsz.edu.mx)  
**RNA:** 03-2010-032610115700-14

**ECORFAN-México, S.C.**  
244 – 2 Itzopan Street  
La Florida, Ecatepec Municipality  
Mexico State, 55120 Zipcode  
Phone: +52 1 55 6159 2296  
Skype: ecorfan-mexico.s.c.  
E-mail: [contacto@ecorfan.org](mailto:contacto@ecorfan.org)  
Facebook: ECORFAN-México S. C.

**Twitter:** @EcorfanC

[www.ecorfan.org](http://www.ecorfan.org)

**Holdings**

Bolivia	Honduras	China	Nicaragua
Cameroon	Guatemala	France	Republic of the Congo
El Salvador	Colombia	Ecuador	Dominica
<b>Peru</b>	<b>Spain</b>	<b>Cuba</b>	<b>Haití</b>
Argentina	Paraguay	Costa Rica	Venezuela
Czech Republic			



# Resumen

- En este artículo, se reporta el diseño e implementación de un controlador PI para regular la velocidad de un motor de DC. Los parámetros de ganancia del controlador proporcional y controlador integral, se calculan mediante la técnica de reubicación de polos y ceros. Con los valores calculados, se diseña el controlador y se simula mediante las herramientas Open Source de Scilab/Xcos y con interfaz mediante Arduino. Los resultados obtenidos permiten mantener constante la velocidad del motor dependiendo los valores previamente establecidos, incluso para perturbaciones externas o cambios en la entrada de excitación.





# Contenido

- Objetivo
- Justificación
- Modelo matemático del motor de DC
- Respuesta en velocidad del motor de DC EMG49
- Acciones de control
- Diseño y sintonización del controlador PI por reubicación algebraica de polos
- Implementación del sistema de control
- Análisis de Resultados
- Conclusiones





# Objetivo

- Desarrollar e implementar un sistema de control PI de velocidad al motor de DC EMG49, utilizando herramientas “open-source”, Scilab/Xcos y Arduino.





# Justificación

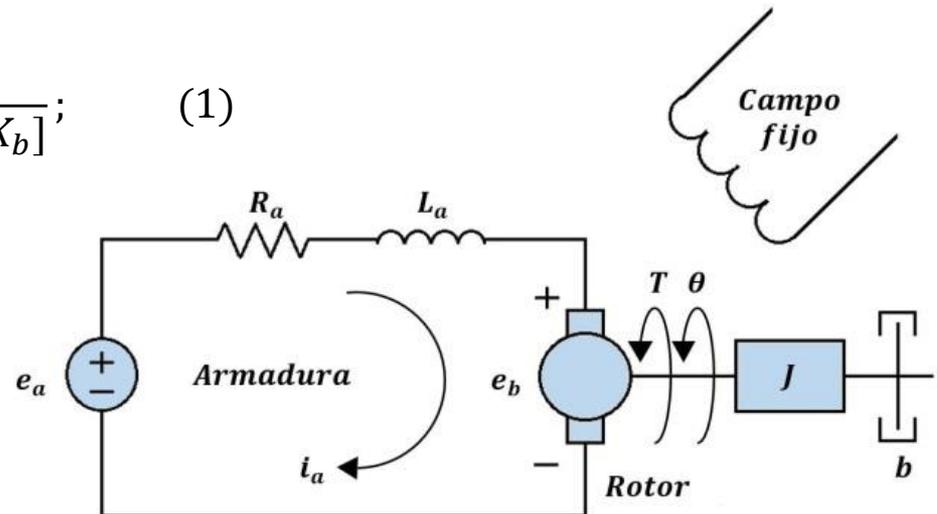
- El control clásico sigue siendo una alternativa accesible que permite el diseño de controladores para regular posición y velocidad de forma inmediata e intuitiva. Se ha demostrado que un control PI correctamente sintonizado es capaz de mantener la velocidad establecida al motor aun cuando existen perturbaciones que tienden a modificarla.
- Los alcances de este trabajo permitirán en un futuro implementar sistemas que requieran regular y mantener determinada velocidad en sistemas que se hallen en constante perturbación, tales como bandas transportadoras, robots móviles, impresoras 3D, seguidores solares, etc.



# Modelo matemático del motor de DC

- La función de transferencia en lazo abierto que relaciona la posición angular  $\theta(t)$  del eje del motor como variable de salida, respecto al voltaje de armadura  $e_a(t)$  como variable de entrada, queda definida por la ecuación 1 (Ogata, Ingeniería de Control Moderna, 2010)

$$\frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s[(R_a + sL_a)(Js + b) + KK_b]}; \quad (1)$$





# Modelo matemático del motor de DC

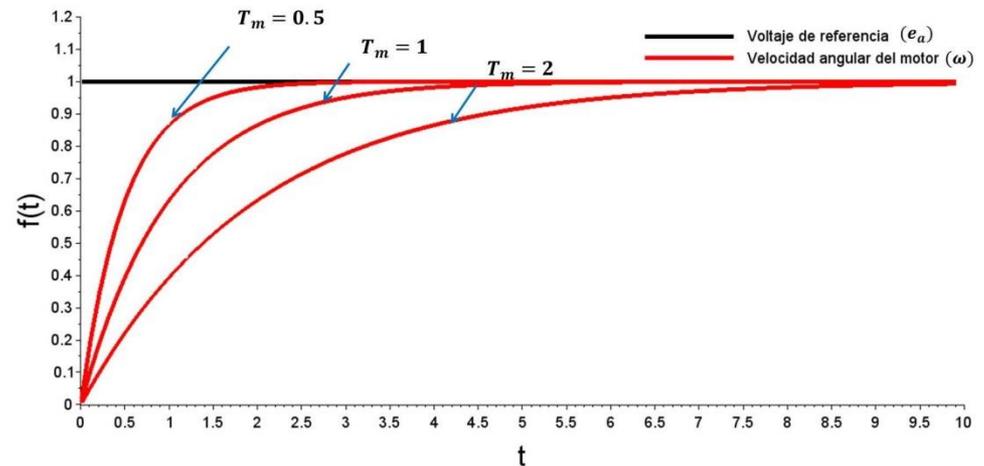
- Se requiere que la F.T. relacione la velocidad angular  $\omega(t)$  de salida del motor respecto al voltaje de entrada  $e_a(t)$ ,  $\rightarrow \omega(t) = d\theta(t)/dt$ , ó  $\Omega(s) = s\Theta(s)$ .

- Despreciando  $L_a$  :

$$\frac{\Omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{R_a(Js + b) + KK_b}; \quad (2)$$

- Reescribiendo la ecuación:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_m}{T_m s + 1}; \quad (3)$$



La expresión anterior es característica de sistemas de primer orden, donde  $K_m$  representa la ganancia del sistema y  $T_m$  la constante de tiempo en el cual se logra alcanzar el 63.2% de salida total.





## Respuesta en velocidad del motor de DC EMG49

*Respuesta en lazo abierto:*

- Para el caso específico de interés en este trabajo, la F.T. en lazo abierto del motor EMG49 ha sido obtenida con anterioridad (Vergara Betancourt, Salazar Hidalgo, & Zapata Nava, 2017).

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{E_a(s)} = \frac{143}{0.115s + 1} e^{-0.05s}; \quad (4)$$

- El término de la exponencial representa un retardo en la respuesta, por lo tanto, para cálculos posteriores, puede omitirse, ya que no afecta el resto de la respuesta.

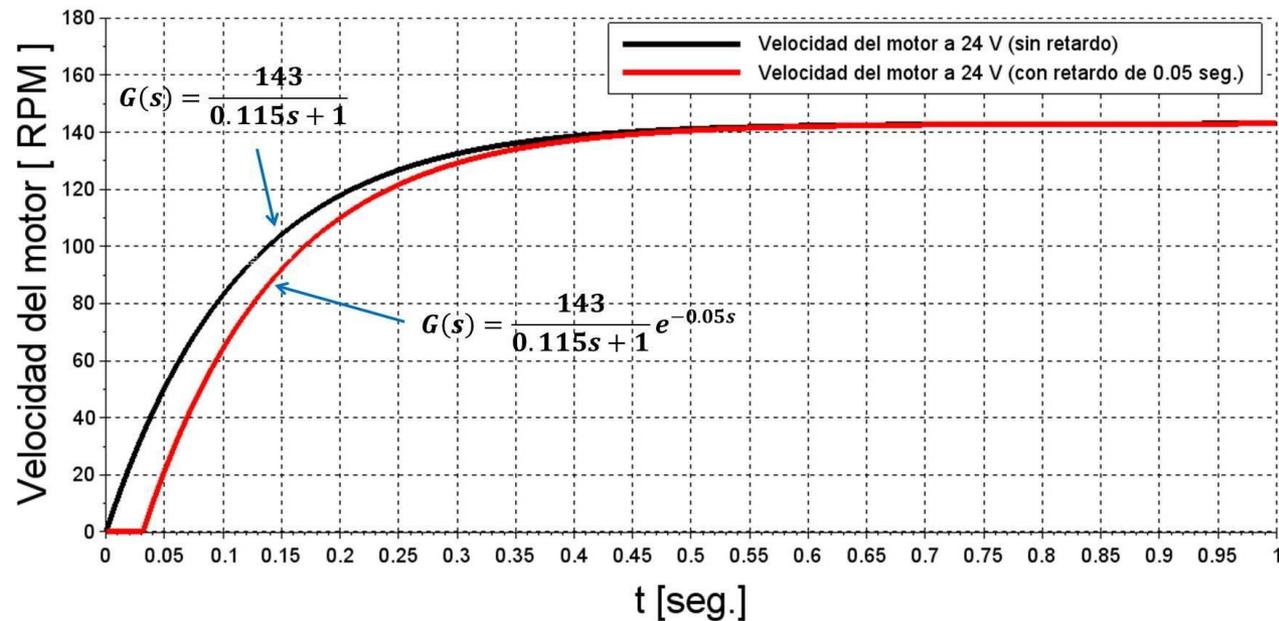
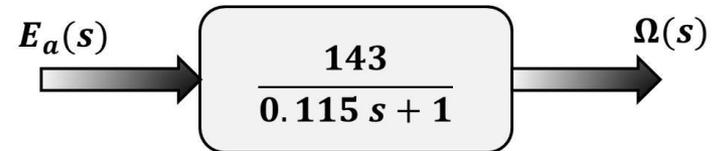




# Respuesta en velocidad del motor de DC EMG49

## Respuesta en lazo abierto:

- Al aplicar una señal de entrada  $E_a(s) = 24 V$ , la velocidad de salida que se alcanza  $\Omega(s)$  es de aproximadamente 140 RPM.

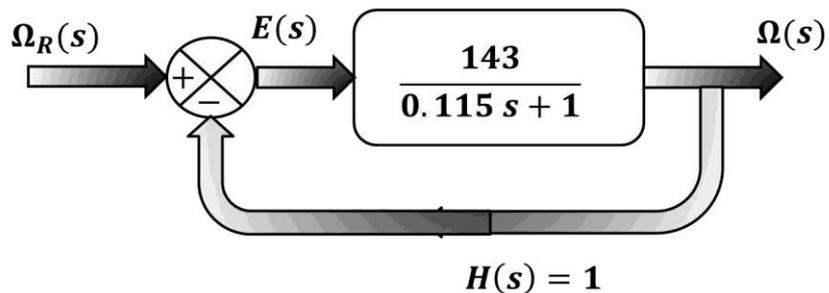




# Respuesta en velocidad del motor de DC EMG49

*Respuesta en lazo cerrado:*

- Es necesario que el sistema sea realimentado, para comparar salida respecto a entrada, para ello, la entrada se representa por medio de una velocidad de referencia,  $\Omega_R(s) |_{E_a(s)=24V}$ .



- Al realimentar el sistema, la velocidad de salida es comparada con la velocidad de entrada y se produce una señal de error  $E(s) = \Omega_R(s) - \Omega(s)$ .

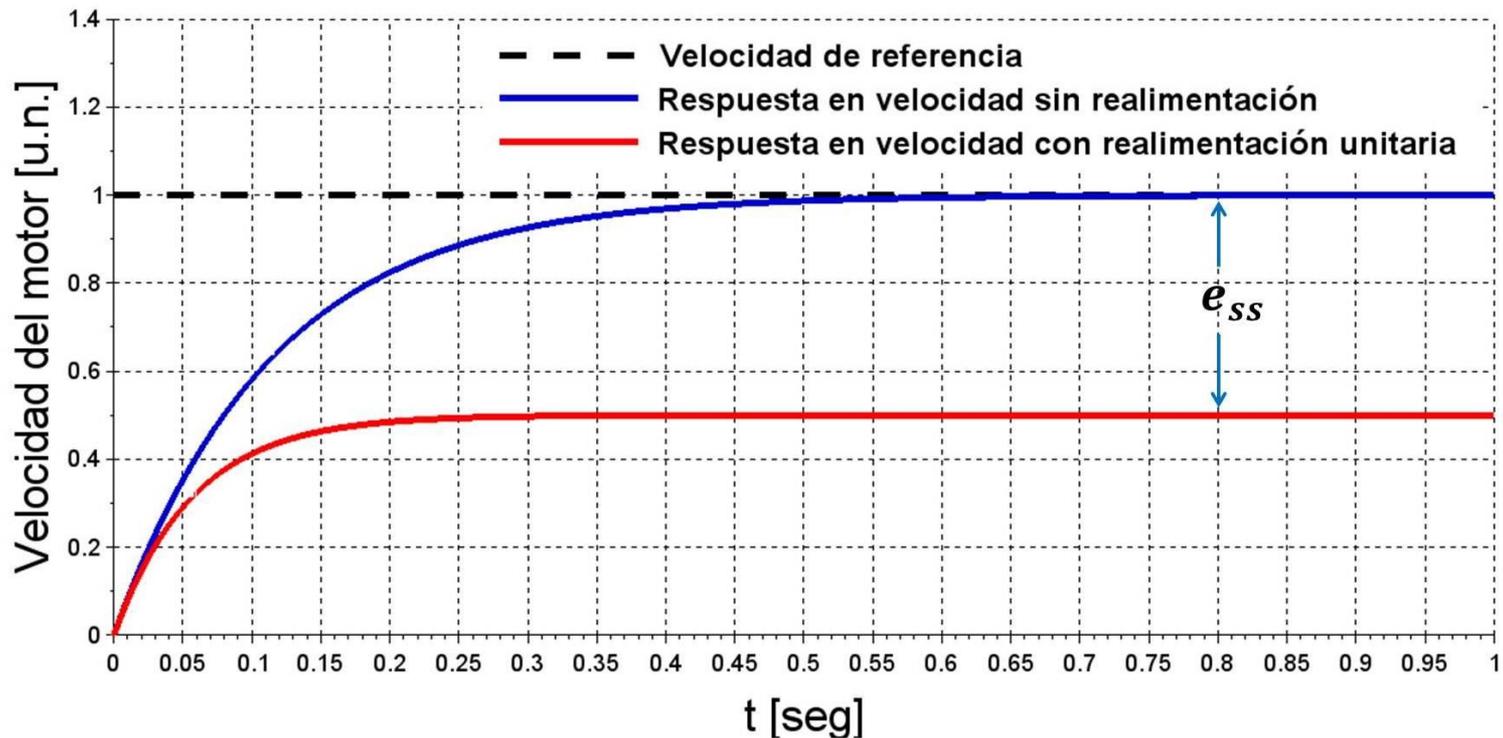




# Respuesta en velocidad del motor de DC EMG49

Respuesta en lazo cerrado:

- Al normalizar la F.T. a la velocidad máxima, se tiene:  $G_R(s) = \frac{1}{0.115s+2}$ ; (7)

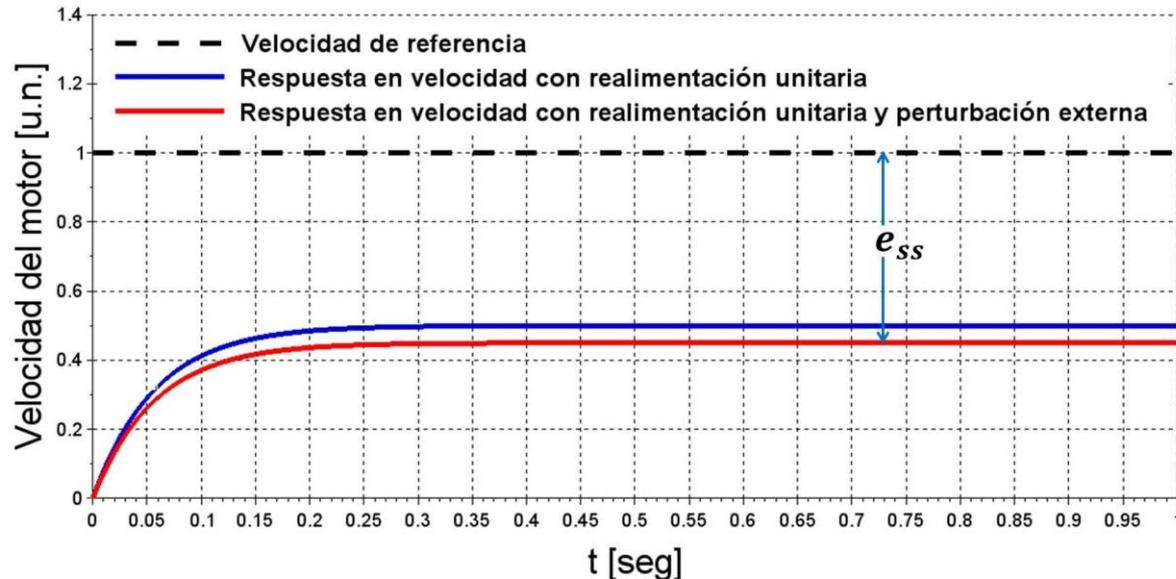
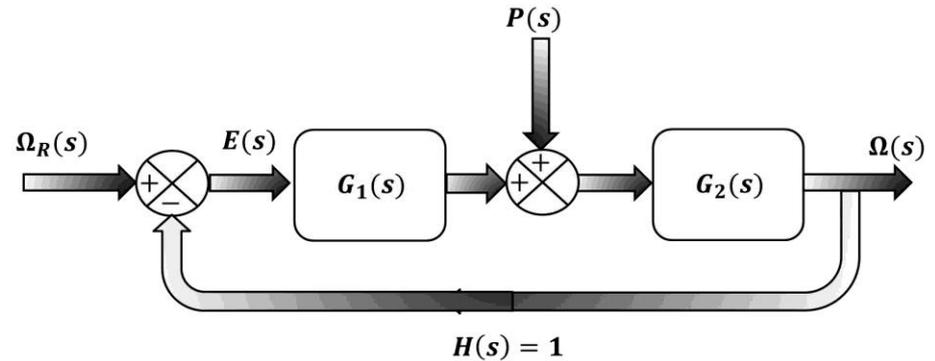




# Respuesta en velocidad del motor de DC EMG49

Respuesta con perturbaciones externas:

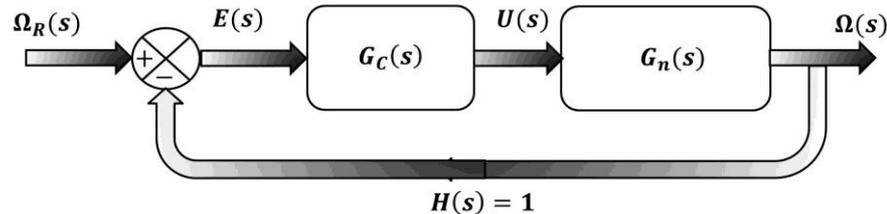
- Cuando el sistema es perturbado con una señal externa, ya sea por una variación eléctrica o por una carga mecánica, las revoluciones del motor se modifican, produciendo un error en estado estable ( $e_{ss}$ ).





# Acciones de Control

Como se observó en los casos anteriores, en algunas ocasiones la respuesta del sistema (velocidad) se ve afectada de algún modo, lo que requiere integrar al sistema un bloque de control  $G_C(s)$ .



Con la inserción de este bloque de control, la F.T. de lazo cerrado se modifica según la ecuación 8.

$$G_{CR}(s) = \frac{G_C(s)G_n(s)}{1 + G_C(s)G_n(s)H(s)}; \quad (8)$$





# Acciones de Control

- Para el caso de control clásico, este bloque  $G_C(s)$ , podría ser uno de los modos de control: proporcional – P, control integral – I, proporcional-integral – PI, o el control proporcional-integral-derivativo – PID.

–  $K_p$  → ganancia proporcional

$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p; \quad (9)$$

–  $T_i = K_p/K_i$  → tiempo integral

$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}; \quad (10)$$

–  $T_d = K_d/K_p$  → tiempo derivativo

$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right); \quad (11)$$

constantes ajustables

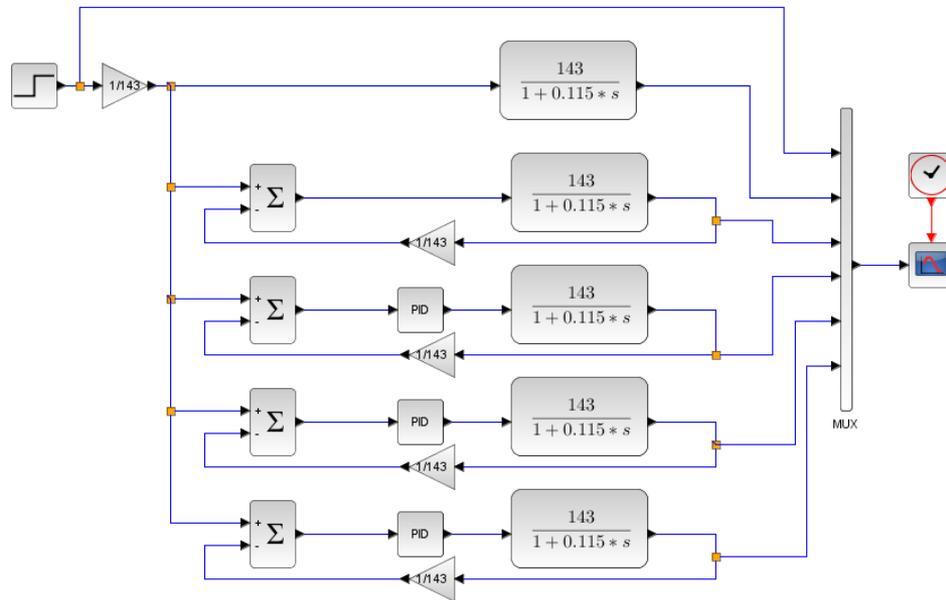
$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right); \quad (12)$$





# Diseño y sintonización del controlador PI por ubicación algebraica de polos

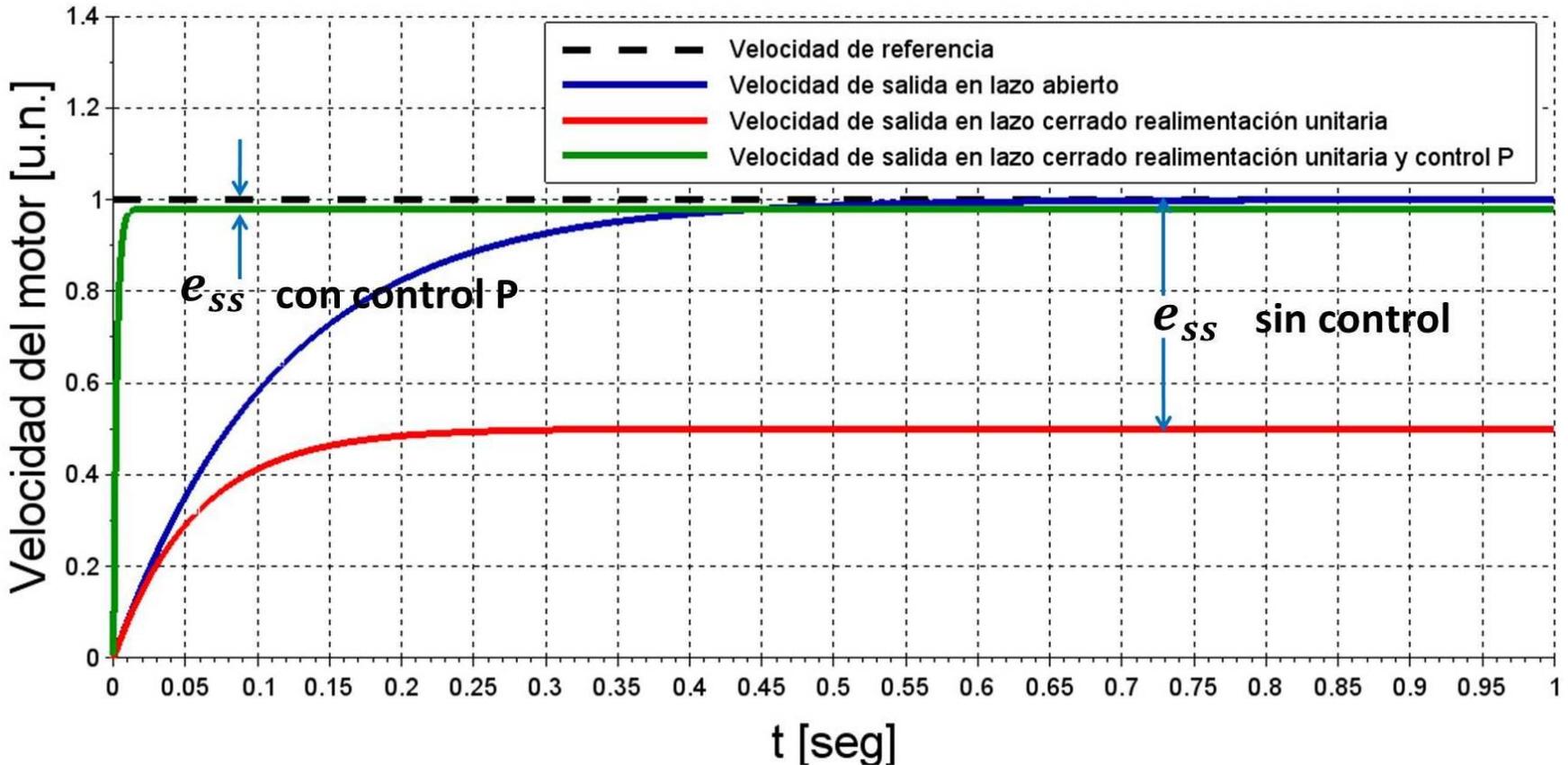
- Se realizaron varios experimentos mediante simulación utilizando la F.T. en lazo cerrado sin control y lazo cerrado con controlador y aplicando sintonización heurística de controladores, se determinó que controlador ofrece mejor respuesta y no lleva a inestabilidad del sistema.





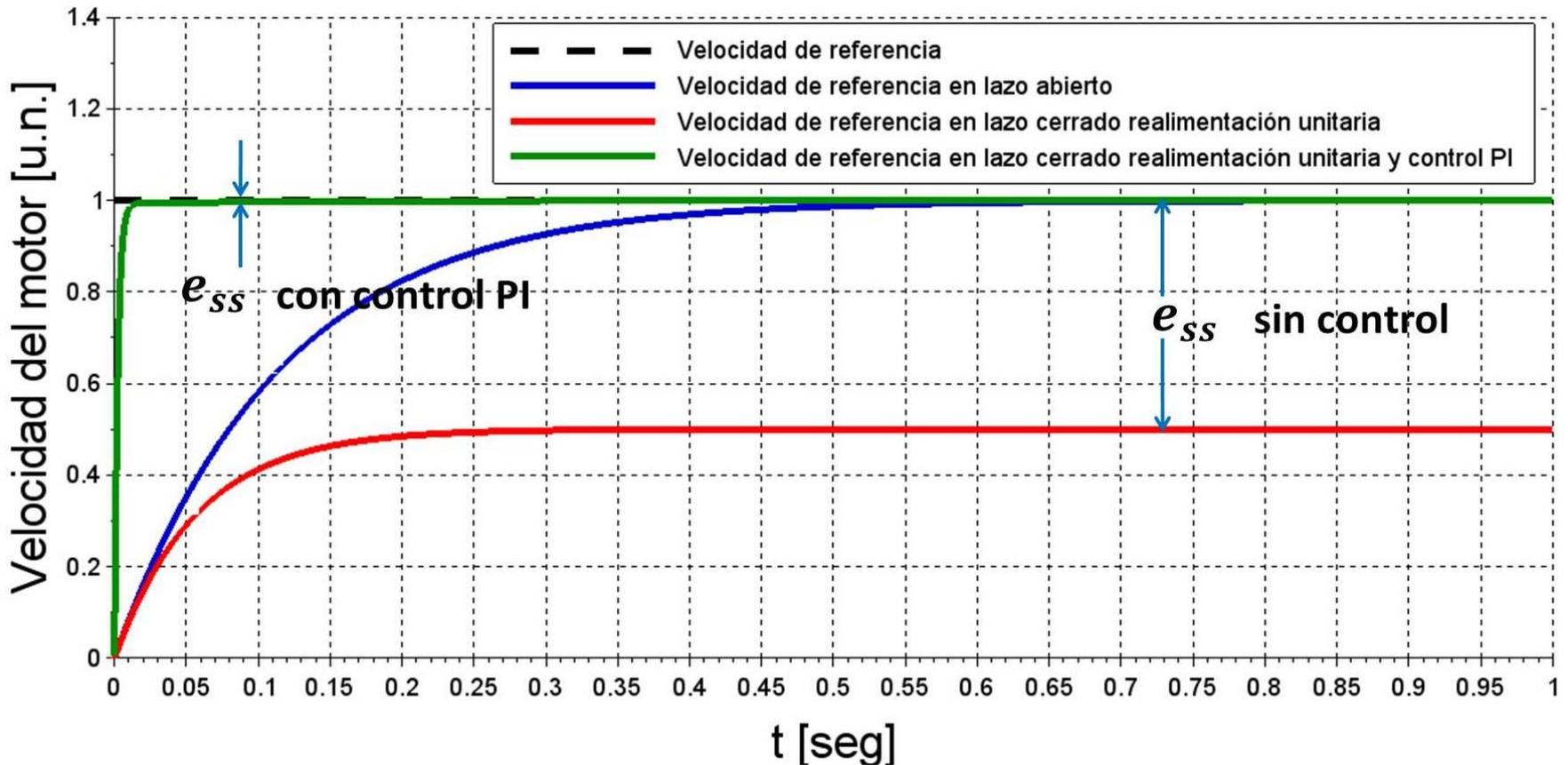
# Diseño y sintonización del controlador PI por ubicación algebraica de polos

- Control P



# Diseño y sintonización del controlador PI por ubicación algebraica de polos

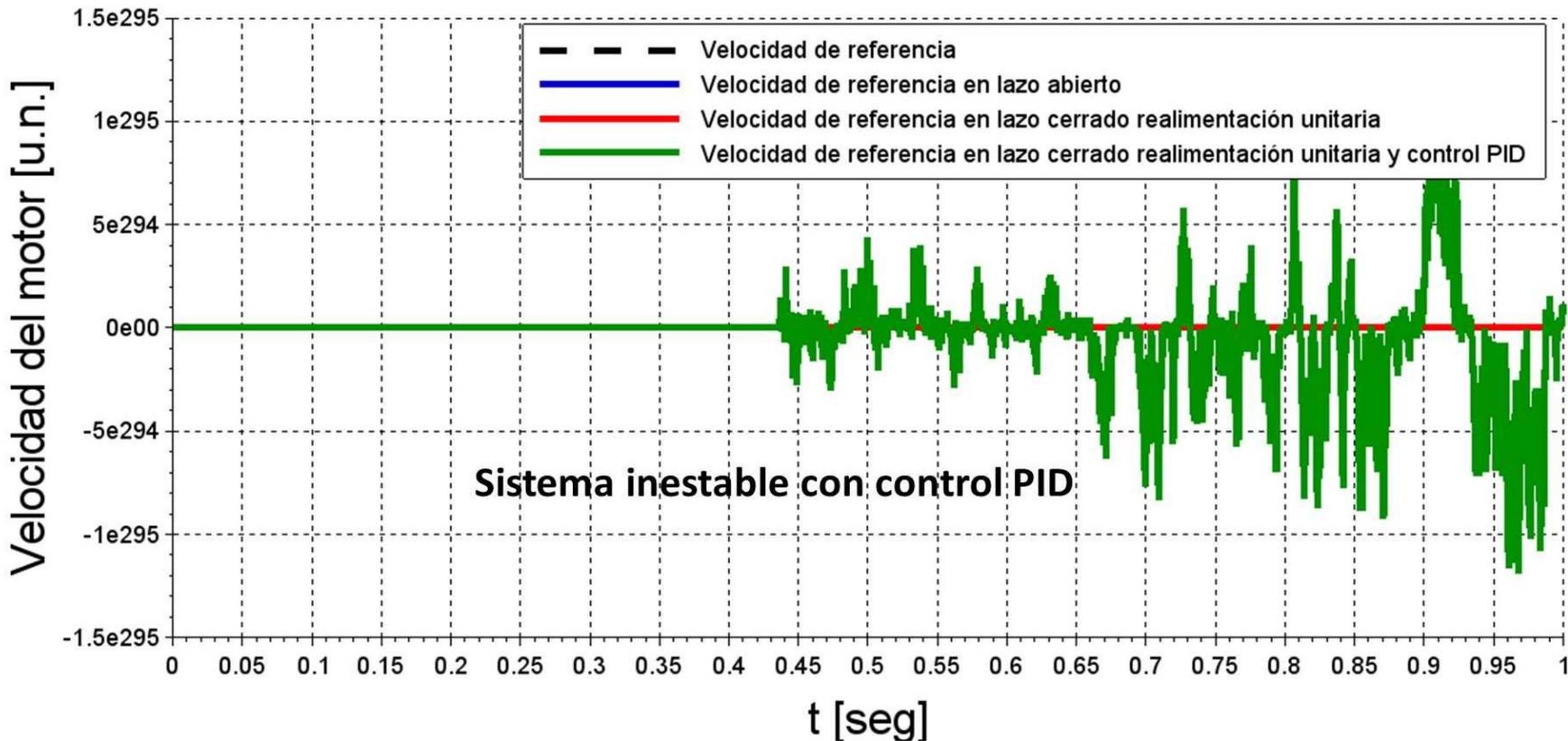
- Control PI





# Diseño y sintonización del controlador PI por ubicación algebraica de polos

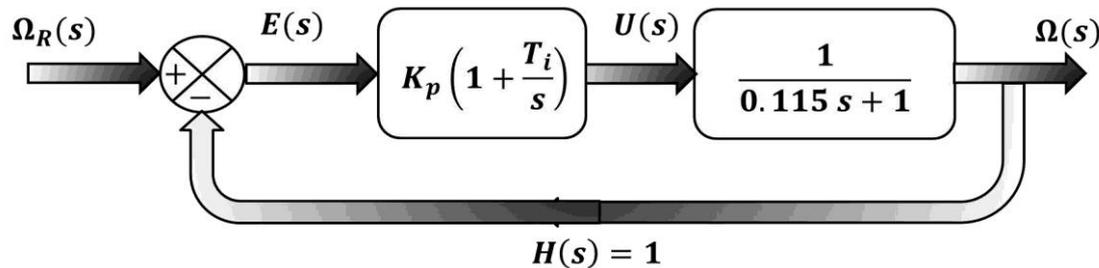
- Control PID





# Diseño y sintonización del controlador PI por ubicación algebraica de polos

- Con los resultados anteriormente mostrados se propone agregar un bloque de control con la F.T. correspondiente al control PI, tal y como se muestra en la figura.



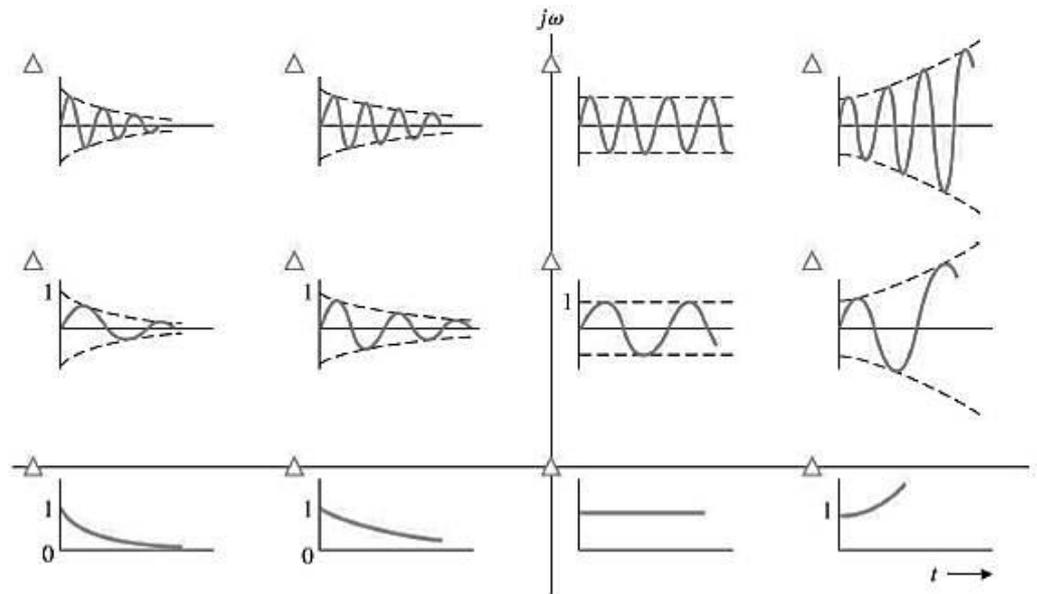
$$G_{CR}(s) = \frac{143(K_p s + K_i)}{0.115s^2 + (1 + 143K_p)s + 143K_i}; \quad (13)$$

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}; \quad (14)$$



# Diseño y sintonización del controlador PI por ubicación algebraica de polos

- La ubicación de los polos en el plano complejo, de la ecuación 14, determinan la estabilidad del sistema, como se observa en la figura (Patiño, 2016).

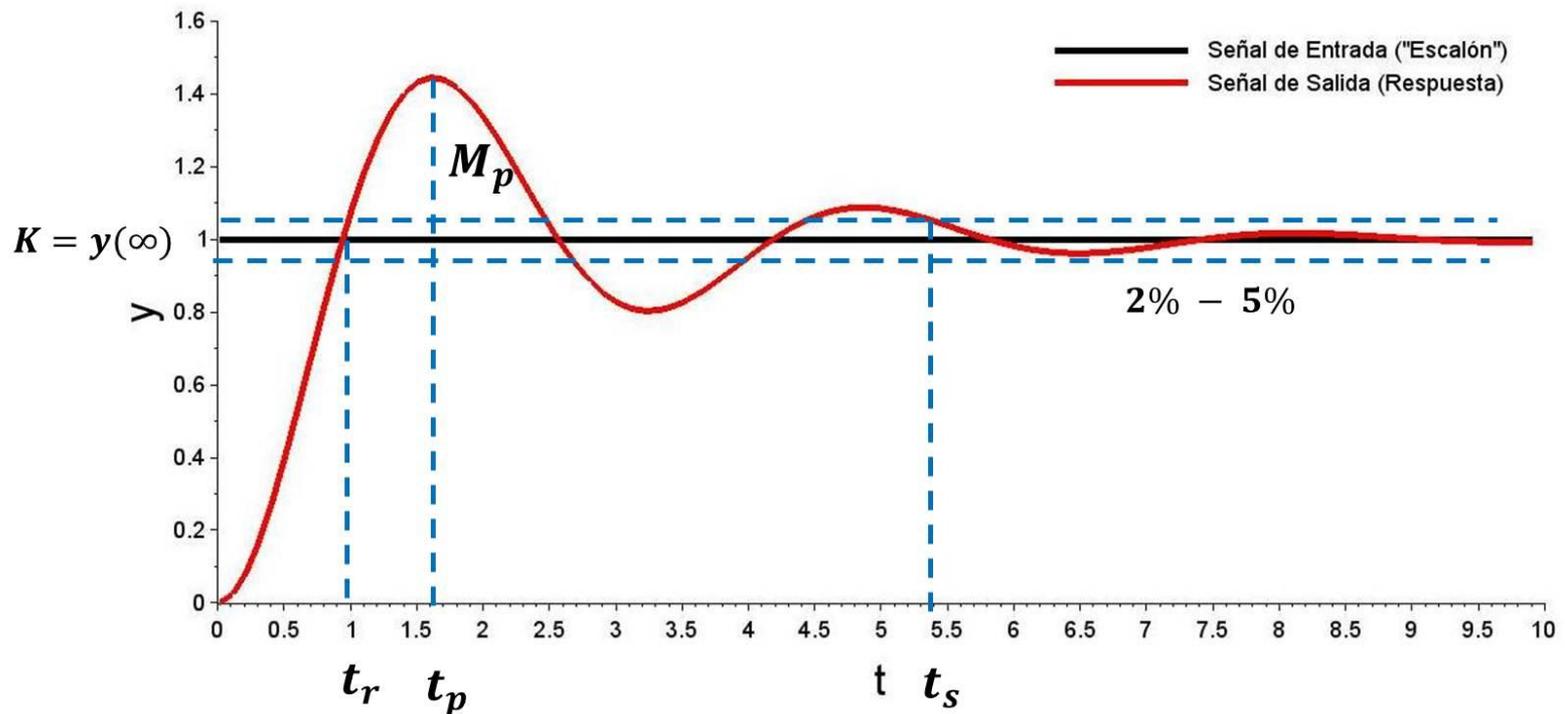


**Figura.** Estabilidad de sistemas en el plano complejo ante una entrada impulso. **Fuente:** (Patiño, 2016).



# Diseño y sintonización del controlador PI por ubicación algebraica de polos

- La respuesta transitoria del sistema de segundo orden del motor, se muestra en la figura:





# Diseño y sintonización del controlador PI por ubicación algebraica de polos

- Para el diseño del controlador de velocidad, se proponen las siguientes condiciones, que debe cumplir el sistema con controlador

**Tabla 2.** Parámetros que se desean cumplir en la curva de respuesta transitoria del sistema controlado. **Fuente.** Diseño propio.

Parámetro	Condición
Tiempo de establecimiento	$t_s(2\%) < 1 \text{ seg}$
Tiempo pico	$t_p < 0.5 \text{ seg}$
Sobrepaso máximo	$M_p < 20 \%$

**Tabla 1.** Parámetros característicos en la curva de respuesta transitoria de un sistema sub-amortiguado. **Fuente.** (Ezeta, 2013).

Parámetro	Relación matemática
Frecuencia natural del sistema	$\omega_0$
Factor de Amortiguamiento	$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\ln^2(M_p)}}}$
Frecuencia natural amortiguada	$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$
Tiempo de levantamiento	$t_r = \frac{1}{\omega_d} \arctan\left(\frac{-\omega_d}{\zeta \omega_0}\right)$
Tiempo pico	$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$
Sobre paso máximo	$M_p = e^{\frac{-\zeta \pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}}$
Tiempo de establecimiento (criterio del 2% y del 5%)	$t_s(2\%) = \frac{4}{\zeta \omega_0}$ ; $t_s(5\%) = \frac{3}{\zeta \omega_0}$



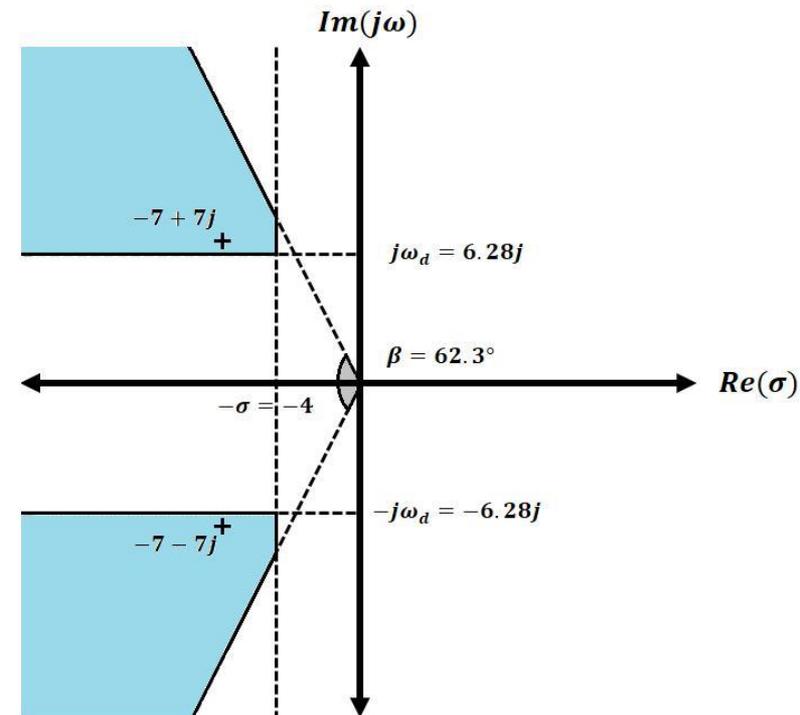
# Diseño y sintonización del controlador PI por ubicación algebraica de polos

- Considerando las condiciones de la tabla 2 y las ecuaciones 13 y 14, se procede al cálculo de las constantes  $K_p$  y  $T_i$ , para lo cual, se utilizó el método algebraico de reubicación de polos en el plano complejo.

$$\frac{1+143K_p}{0.115} = 2\zeta\omega_n = 2\sigma; \quad (15)$$

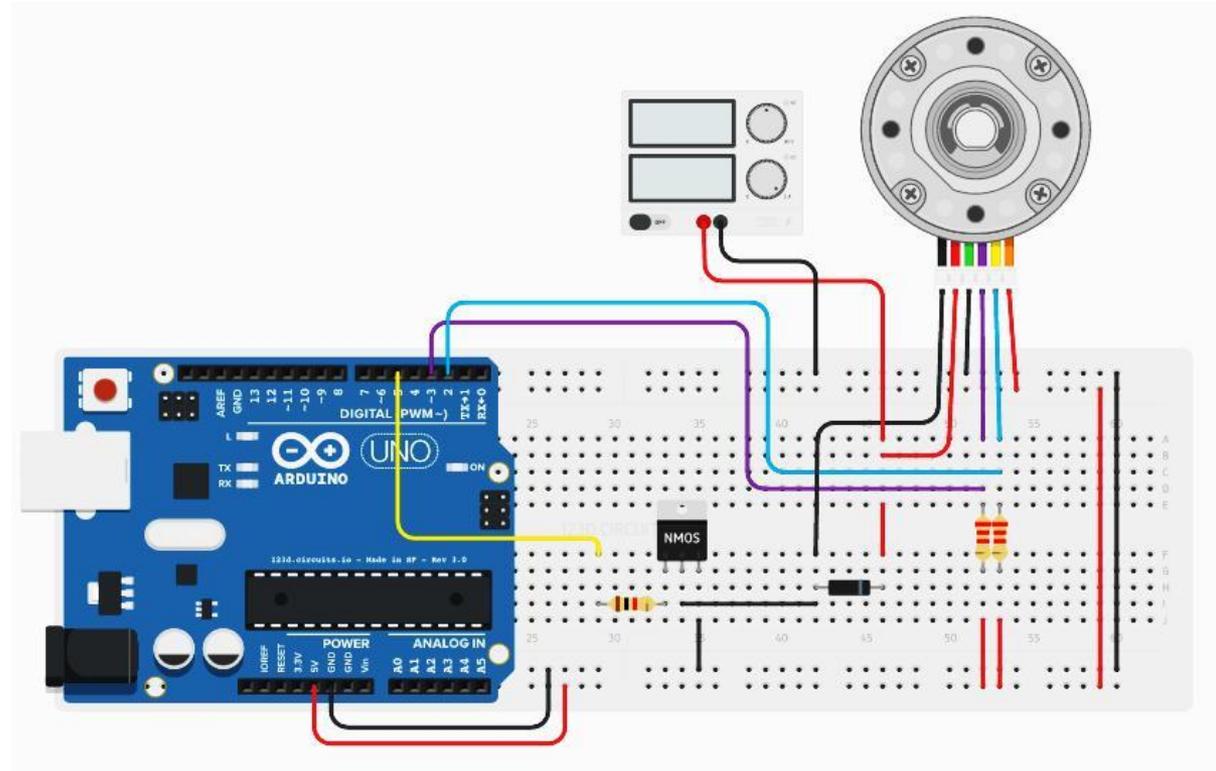
$$\frac{143K_i}{0.115} = \omega_n^2 = \sigma^2 + \omega_d^2; \quad (16)$$

- De las expresiones anteriores se obtienen los valores:  $\sigma > 4$ ,  $\omega_d > 6.28$  y  $\zeta > 0.45$ . Con esto, y considerando que  $\zeta = \cos(\beta)$ , se calcula que  $\beta < 62.3^\circ$ .



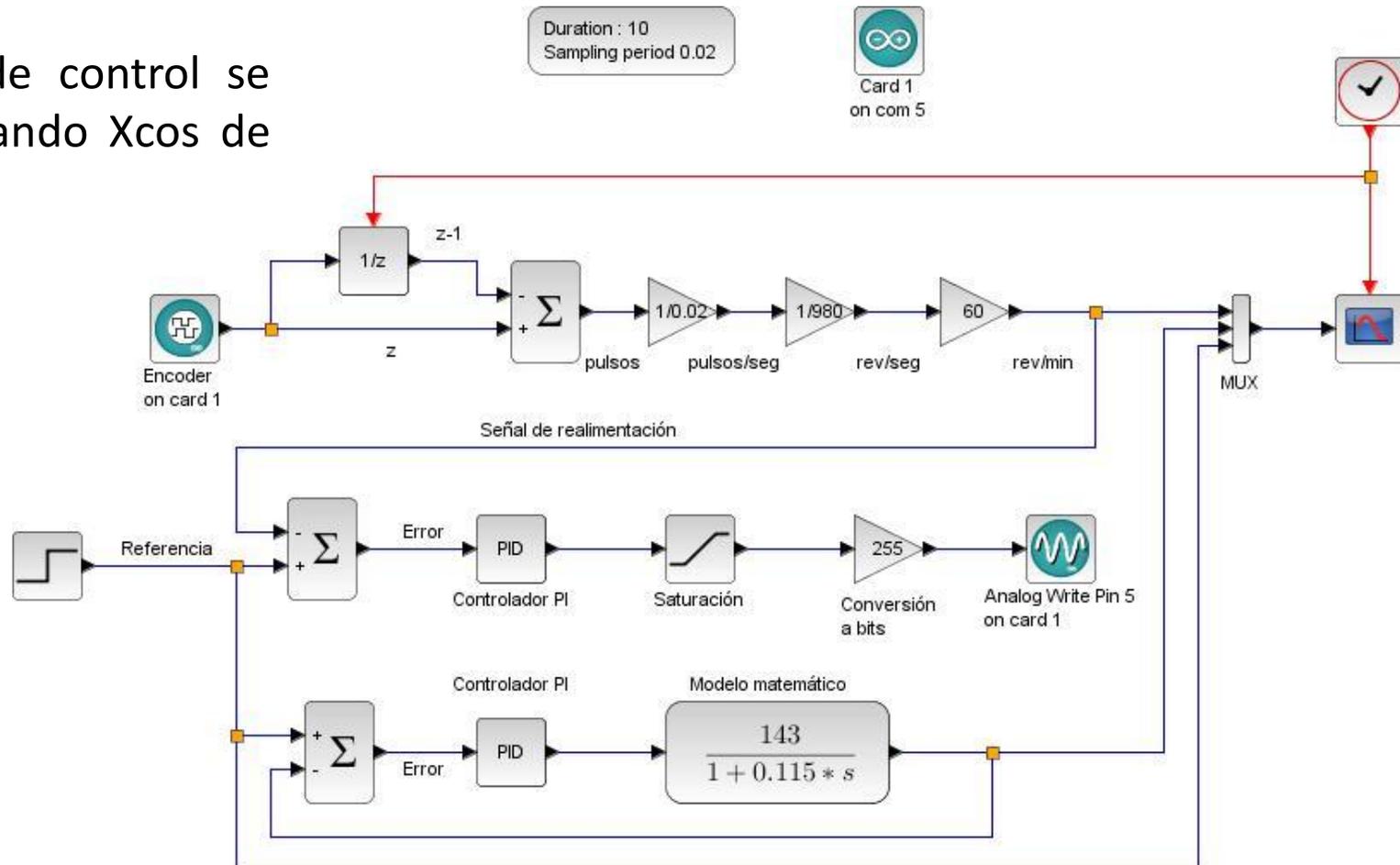
## Implementación del sistema de control

- El sistema que se va a controlar es un motor de DC EMG49: velocidad nominal de 122 RPM, alimentación 24 V.
- Para la implementación del sistema de control, el motor es conectado a la computadora a través de la tarjeta Arduino Uno.



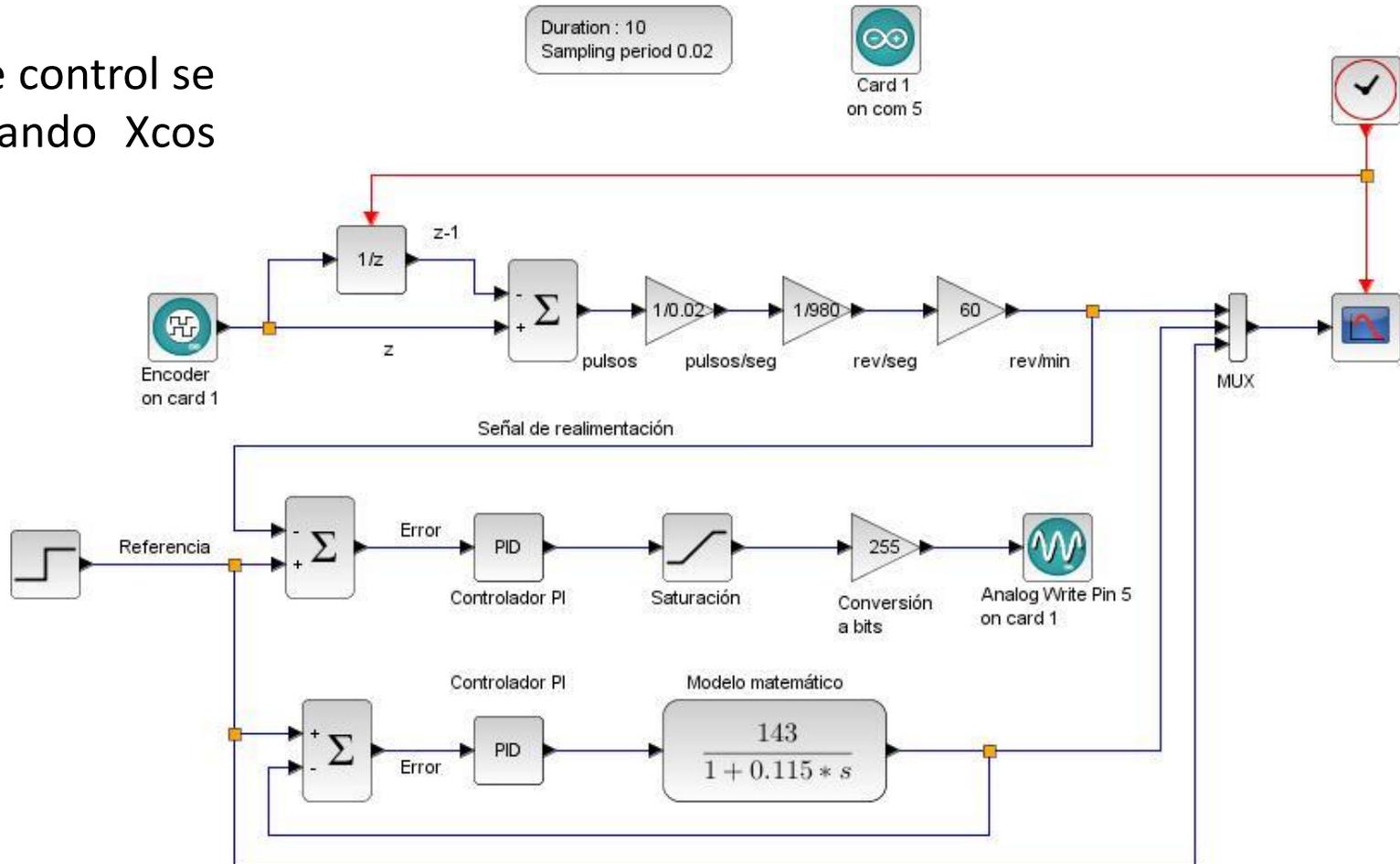
# Implementación del sistema de control

- El sistema de control se diseñó utilizando Xcos de Scilab.



# Implementación del sistema de control

- El sistema de control se diseñó utilizando Xcos de Scilab.





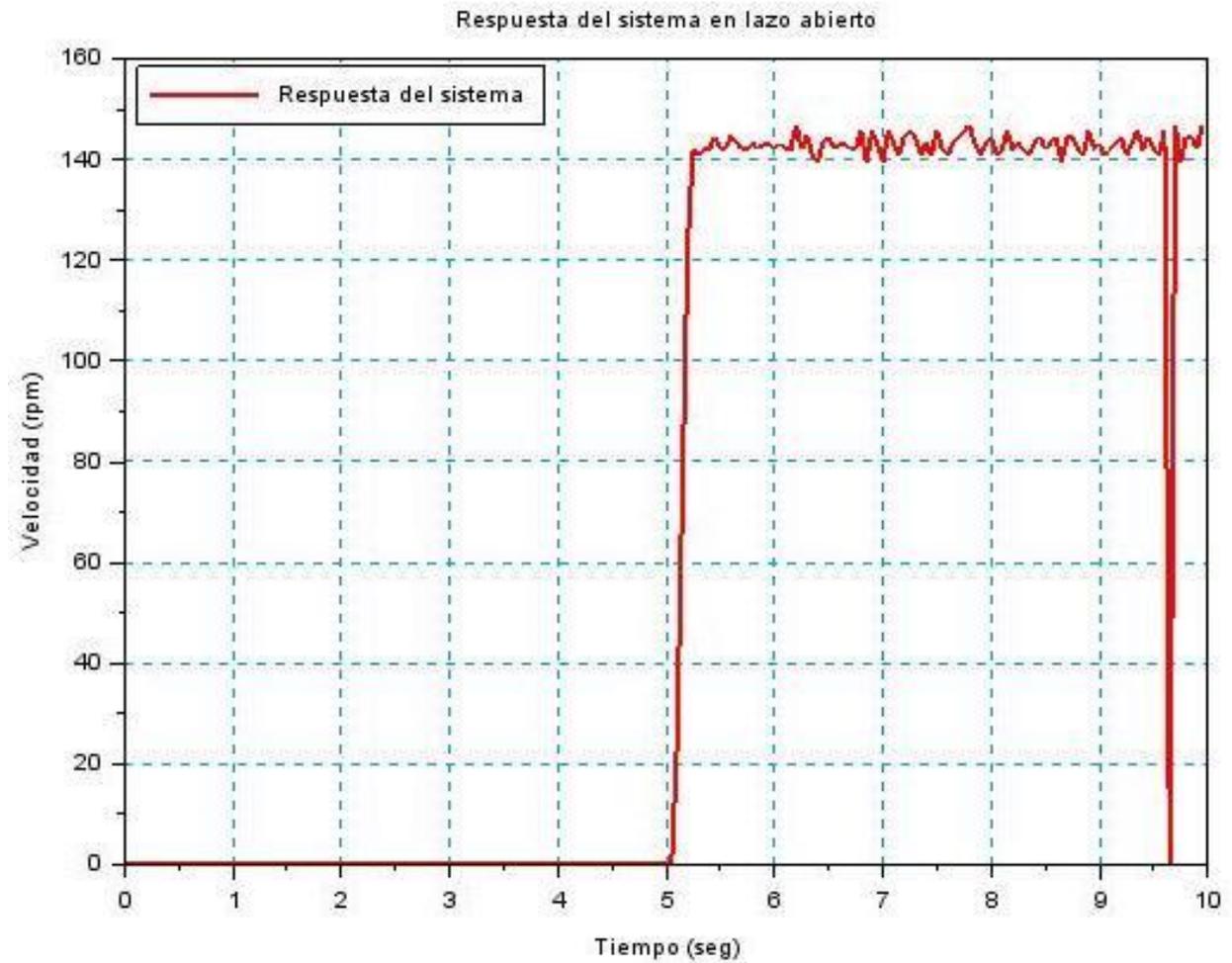
## Implementación del sistema de control

- El sistema implementado permite que a través de pulsos PWM, se proporcione voltaje al motor.
- Al introducir los valores de  $K_p$  y  $K_i$  calculados previamente en el bloque PID, se modifica el porcentaje del ciclo de trabajo de los pulsos PWM, consecuentemente, la velocidad también se modifica y según disminuya o se incremente el controlador PI permitirá regular la velocidad del motor.
- La velocidad se regula según la referencia establecida y para los experimentos presentados en este reporte, la referencia es de *100 rpm*.





# Resultados

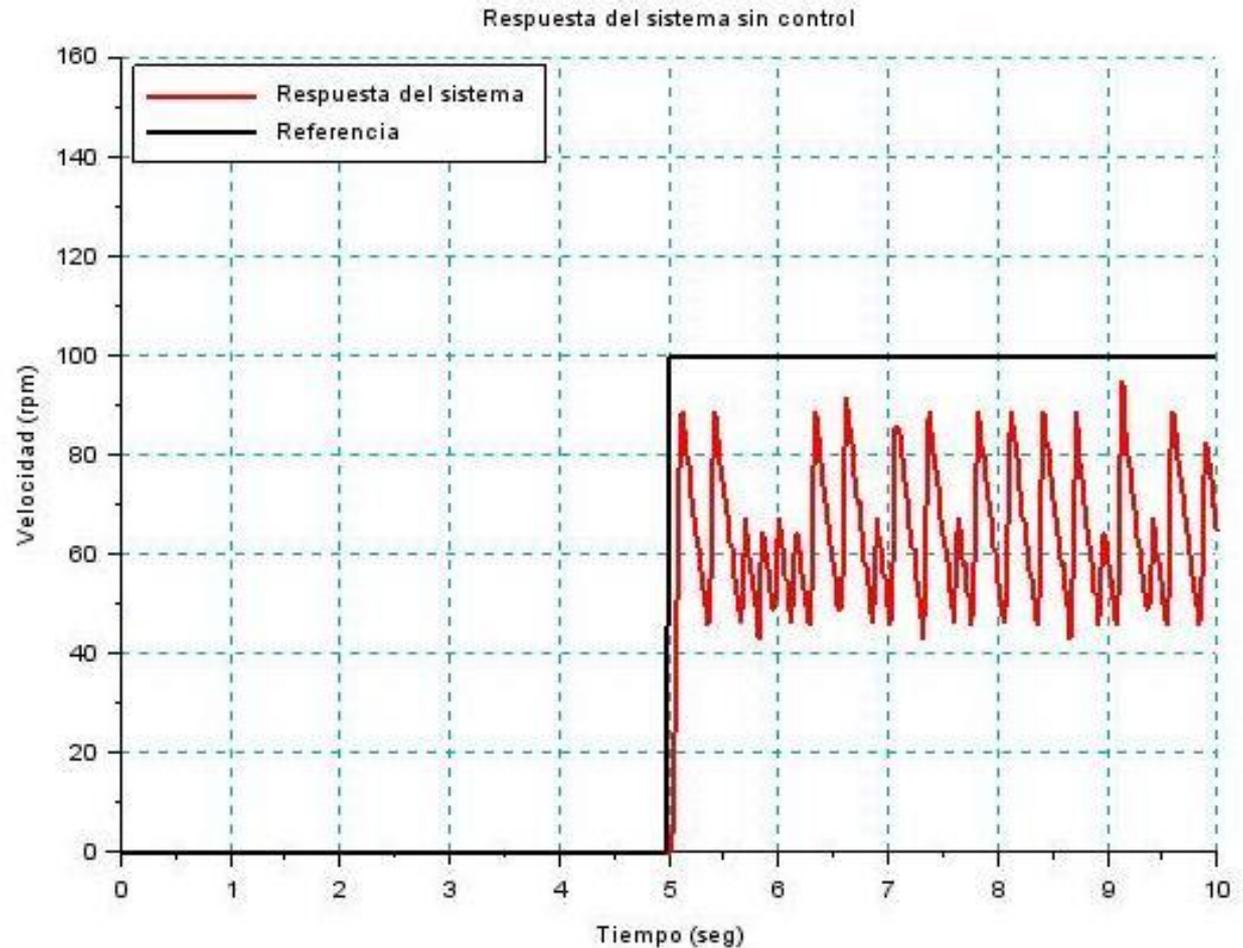


**Gráfico 10.** Respuesta experimental de la velocidad del motor EMG49, en lazo abierto y sin control cuando al sistema se le indica un “set point” de 140 RPM.  
**Fuente.** Diseño propio





# Resultados



**Gráfico 11.** Respuesta experimental de la velocidad del motor EMG49, en lazo cerrado y sin control cuando al sistema se le indica un “set point” de 100 RPM.

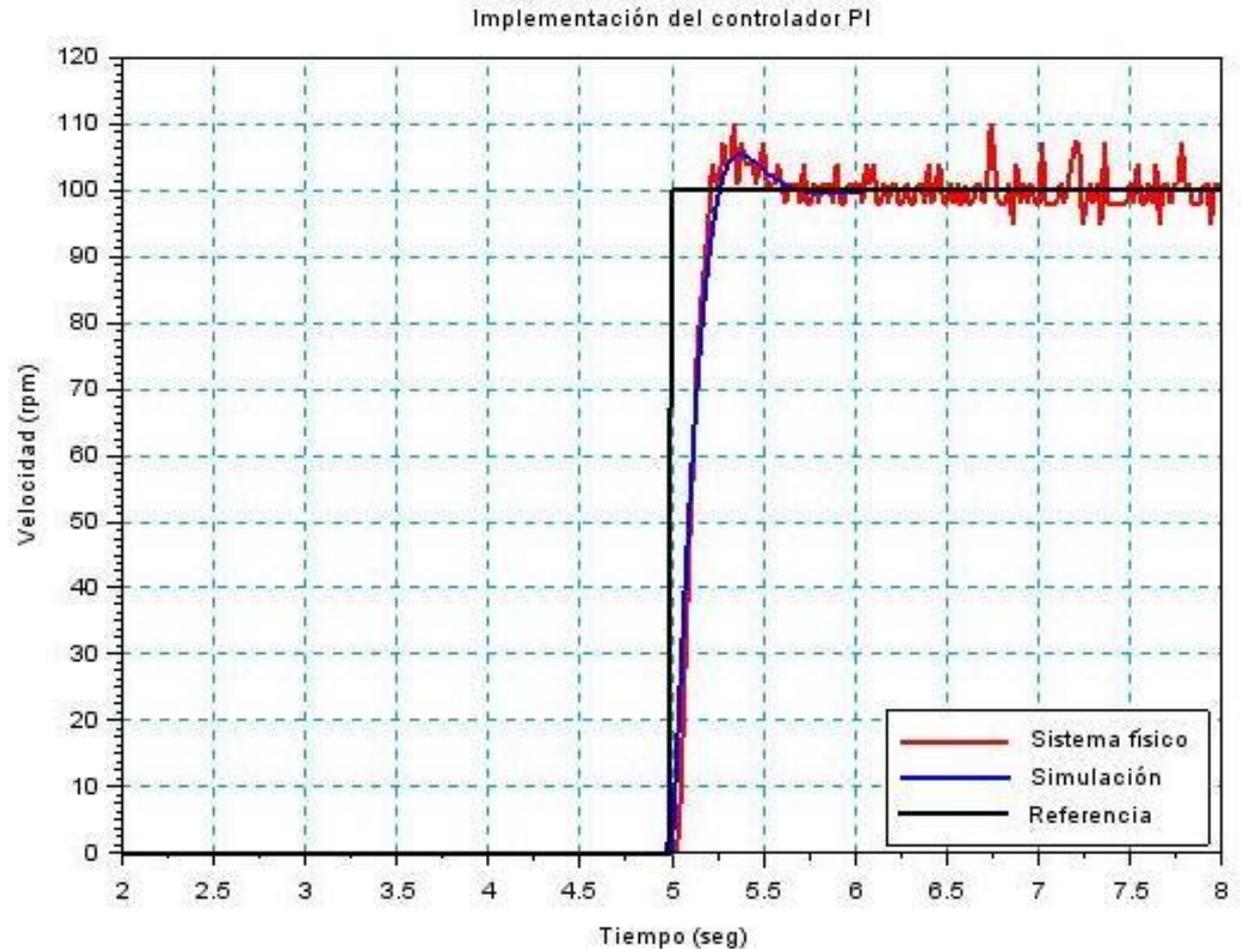
**Fuente.** Diseño propio





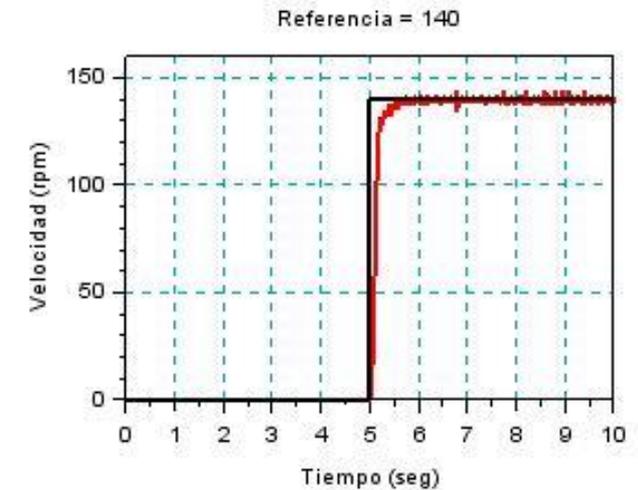
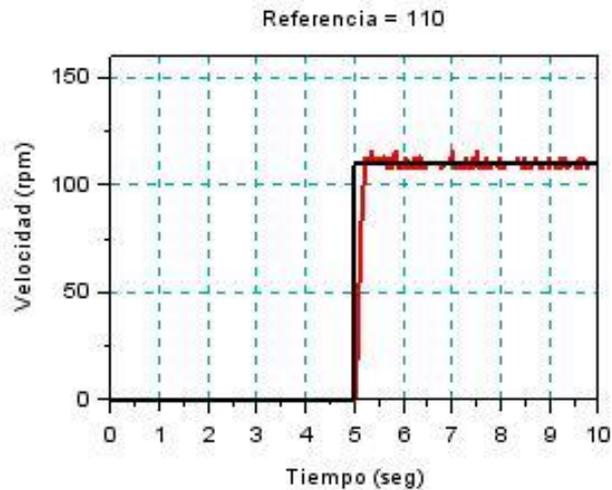
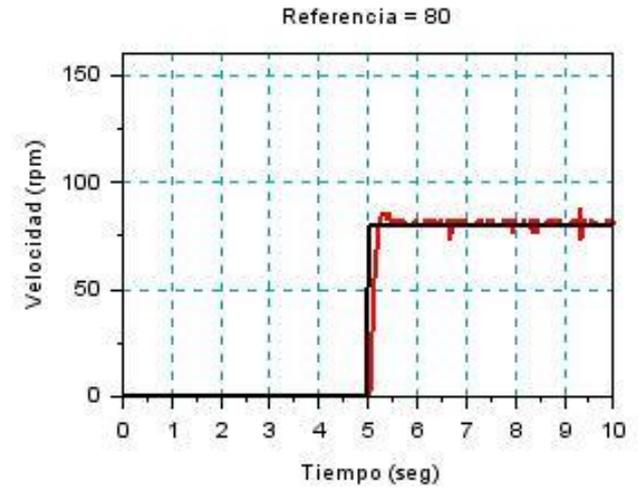
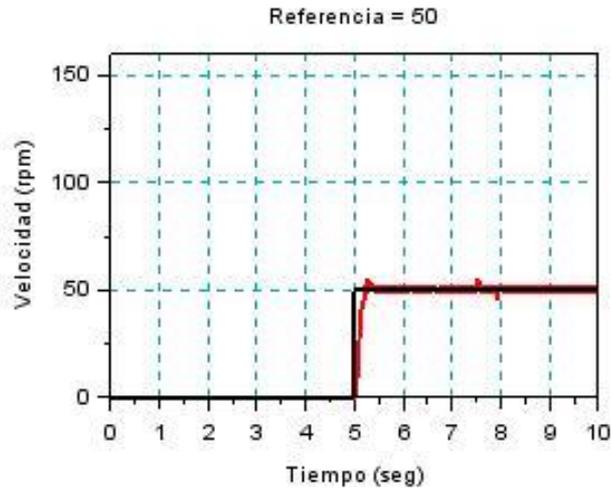
# Resultados

**Gráfico 12.** Respuesta experimental de la velocidad del motor EMG49, en lazo cerrado con control PI cuando al sistema se le indica un “set point” de 100 RPM. Fuente. Diseño propio.





# Resultados



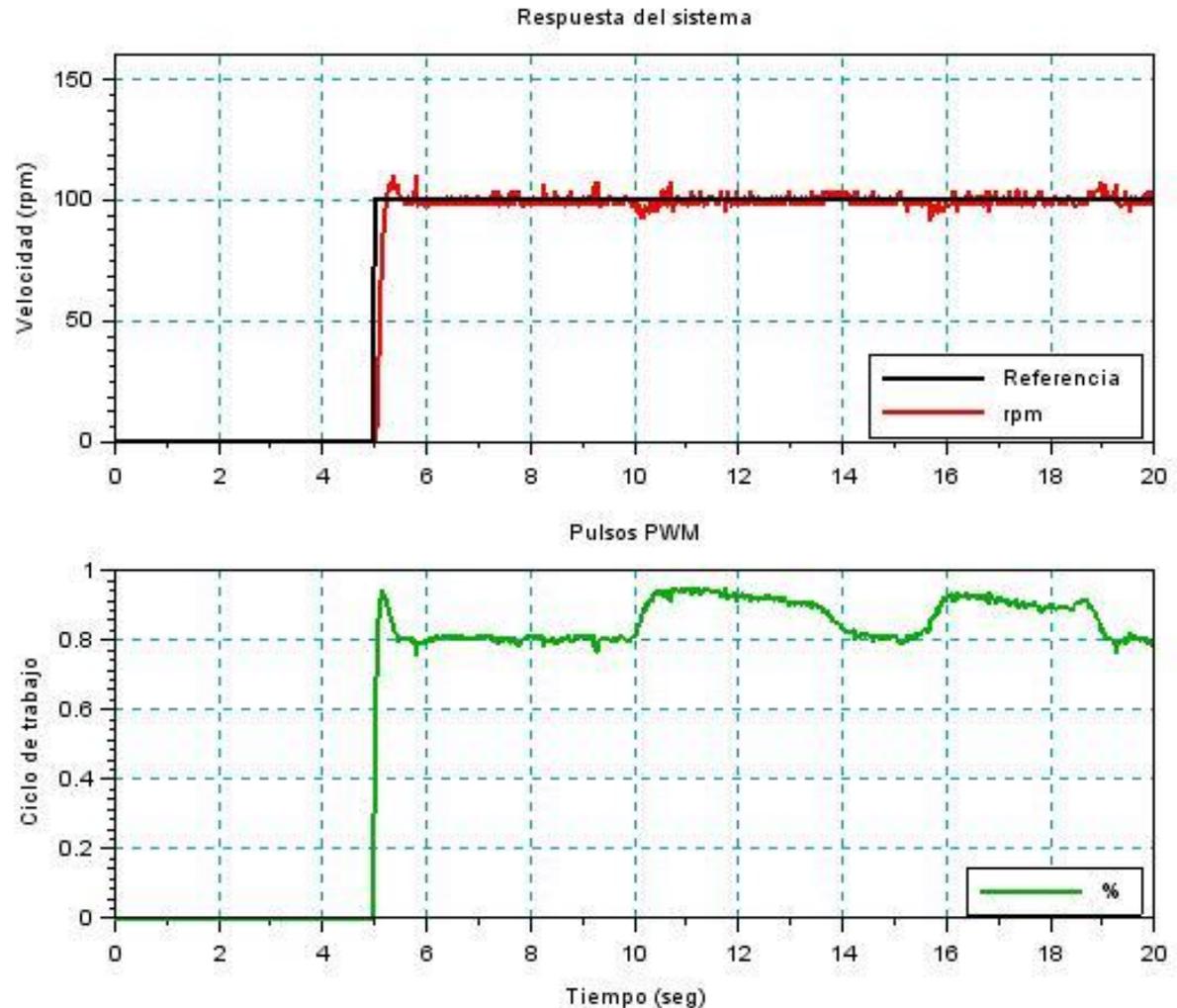
**Gráfico 13.** Respuesta experimental de la velocidad controlada del motor EMG49, ante diferentes valores de referencia. Fuente. Diseño propio.





# Resultados

**Gráfico 14.** Respuesta experimental de la velocidad del motor EMG49, en lazo cerrado con control PI (en rojo) cuando al sistema es perturbado con una entrada externa. La velocidad de 100 RPM se logra mantener gracias a un incremento en la corriente del motor (en verde) que permite compensar las pérdidas debidas a la perturbación. **Fuente.** Diseño propio.





## Conclusiones

- El desarrollo de este proyecto, implicó el análisis de la respuesta del sistema, la integración de software y hardware “open source”, el cálculo de los parámetros del controlador y la implementación experimental del sistema.
- El controlador propuesto y que fue implementado permitió controlar la velocidad del motor a un valor de “set point” definido por el usuario.
- El motor es capaz de alcanzar la velocidad de referencia incluso si hubiese alguna perturbación
- Se concluye también que el modelo experimental que se tiene, representa una aproximación muy adecuada al modelo ideal.
- Con el control de velocidad del motor se pueden pensar en distintas aplicaciones y se espera tener sistemas estables, fiables y de alta precisión.





# Agradecimientos

- Los autores agradecen al TecNM, así como al PRODEP por el apoyo recibido para la ejecución de proyectos y por respaldar el trabajo de CA's, en particular el del CA de Instrumentación y Control, ya que permiten el desarrollo de investigación e integración de alumnos para estas actividades.
- De igual manera le agradecen al ITS Zacapoaxtla, ya que a través del financiamiento para proyecto con registro PI.IM-17-03, se han logrado los resultados aquí reportados.





# Referencias

- Arántegui, J. (2011). *Control de procesos*.
- Burns, R. S. (2001). *Advanced Control Engineering*. Butterworth Heinemann.
- Ezeta, R. F. (2013). *Análisis y Diseño de Sistemas de Control Digital*. Mexico, D.F.: McGraw-Hill.
- Francisco Rodríguez Rubio, M. J. (1996). *Control Adaptivo y Robusto*. España: Universidad de Sevilla.
- Geir E. Dullerud, F. G. (s.f.). *A Course in Robust Control Theory*. Springer.
- Guillén, M. E. (2017). *Escuela de Ingeniería Electrónica Tecnológico de Costa Rica*. Recuperado el 2016, de Escuela de Ingeniería Electrónica Tecnológico de Costa Rica: <http://www.ie.itcr.ac.cr/einteriano/control/Laboratorio/3.7Identificacion%20de%20sistemas.PDF#page=1&zoom=auto,-107,248>
- Hernandez-Carlos, Peza-Edebaldo, Garcia-Enrique, Torres-José. Simulación de los Sistemas de Control Proporcional Derivativo y Proporcional Integral Derivativo de un Servomecanismo de segundo orden bajo la plataforma de LabVIEW. *Revista de Tecnología e Innovación* 2015, 2-4:688-700.
- K.M. Hangos, J. B. (2004). *Analysis and Control of Nonlinear Process Systems*. Springer.
- Kevin M. Passino, S. Y. (1998). *Fuzzy Control*. Addison-Wesley Longman, Inc.
- Kunusch, C. (2003). Identificación de Sistemas Dinámicos. *Cátedra de Control y Servomecanismos*. Universidad Nacional de la Plata.
- Kuo, B. C. (1996). *Sistemas de control automático* (Séptima ed.). México: Prentice Hall.
- Madujano-Venegas, Claudia, Velázquez-Trujillo, Sabino, Escobar-Gómez, Elías Y Rios Rojas, Carlos. Diseño de un sistema de secado con aprovechamiento de calor en la producción de tejas, utilizando lógica difusa apoyada con LabVIEW. *Revista de Sistemas Experimentales* 2016, 3-9: 29-36
- Manfred Schleicher, F. B. (2003). *Control Engineering: A guide for Beginners*. Germany: JUMO GmbH & Co.
- Melanie, M. (1999). *An Introduction to Genetic Algorithms*.
- Nise, N. (2004). *Control Systems Engineering*. USA: John Wiley & Sons.
- Ogata, K. (1987). *Dinámica de Sistemas*. México: Prentice Hall.
- Ogata, K. (1996). *Sistemas de control en tiempo discreto*. México: Pearson Education.
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderna* (5ta. ed.). Madrid, España: Pearson Educación.
- Patiño, D. (2016). *Diego Patiño WebSite*. Recuperado el Octubre de 2017, de <https://www.dropbox.com/s/m8m2feohrh0l6hz/clase2cont.pdf?dl=0>
- Sandoval, Sergio, Ruiz, Daniel, Topete, Juan, González, Observador lineal de dos grados de libertad en Matlab-Simulink-CarSim para velocidad lateral del automóvil. *Revista Tecnología e Innovación* 2016. 3-9: 1-10
- Vergara Betancourt, A., Salazar Hidalgo, E., Zapata Nava, O. J. (2017). Obtención de la función de transferencia de un motor de DC mediante el análisis de la curva de reacción. *Revista de Aplicación Científica y Técnica*.





**ECORFAN®**

**© ECORFAN-Mexico, S.C.**

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMIMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- ([www.ecorfan.org/](http://www.ecorfan.org/) booklets)